CALCUL LITTERAL

4ème

1. Expressions littérales

a. Des nombres et des lettres

Définition : Une expression **littérale** est une expression contenant une ou plusieurs **lettres**, ces lettres désignant des nombres. Ces lettres sont appelées **les variables** de l'expression littérale.

Exemple :

En France, on utilise communément le degré Celsius (°C) pour mesurer la température, mais il existe d'autres unités de mesure comme le degré Fahrenheit (°F), par exemple, qui est utilisé aux États-Unis. Voici comment convertir une température en degré Fahrenheit (*F*) en degré Celsius (*C*) et inversement :

- $C = \frac{F-32}{1,8}$
- $F = 1,8 \times C + 32$

Autres exemples :

Formulaire de math : pour calculer des aires, des volumes, Calcul de l'IMC (SVT)

Comment programmer la calculatrice pour des calculs répétitifs ANNEXE n°1

b. Simplification des écritures

On peut **supprimer le signe de la multiplication** lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse

Exemples :

Expression	Écriture simplifiée
$6 \times a$ ou $a \times 6$	$6a$
$0 \times a$	0
$1 \times a$	a

Expression	Écriture simplifiée
$a \times b$	ab
$5 \times (a+1)$	$5(a+1)$
$6 \times a \times 3$ ou $6 \times 3 \times a$	$18a$

Rappel : $a \times a = a^2$ (lire « **a au carré** ») $a \times a \times a = a^3$ (lire « **a au cube** »)

c. Règle algébrique des signes

Si x *et* y désignent deux nombres relatifs :

$(-x) \times y = x \times (-y) = -xy$ et $(-x) \times (-y) = x \times y = xy$

Exemples :

- $(-3) \times x = -3x$
- $(-x) \times (-5) = x \times 5 = 5x$
- $(-1) \times x = -1x = -x$

2. Distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction

a. Développer, factoriser une expression littérale

On **développe** le produit

Le produit	La somme
$k \times (a+b)$	$ka + kb$
$k \times (a-b)$	$ka - kb$

On **factorise** la somme algébrique

- **Vocabulaire.** On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

Exemples de **développement de produits :**

Développement de $A = -7(x+2)$.

$A = -7(x+2)$

$A = -7 \times x + (-7) \times 2$ ← On distribue -7 sur chaque terme de la somme.

$A = -7x + (-14)$

$A = -7x - 14$

Développement de $B = 3(6-x)$.

$B = 3(6-x)$ ou $B = 3(6-x)$

$B = 3 \times 6 + 3 \times (-x)$ $B = 3 \times 6 - 3 \times x$

$B = 18 + (-3x)$ $B = 18 - 3x$

$B = 18 - 3x$

- **Vocabulaire.** On dit que k est **un facteur commun** aux termes ka et kb.

Exemples de **factorisation de sommes :**

Factorisation de $C = 2x + 3x^2$.

$C = 2x + 3x^2$

$C = 2 \times x + 3x \times x$

$C = x(2+3x)$

Factorisation de $D = 6x - 12$.

$D = 6x - 12$

$D = 6 \times x - 6 \times 2$ ← On écrit $12 = 6 \times 2$. On observe alors que 6 est un facteur commun à $6 \times x$ et 6×2.

$D = 6(x-2)$

b. Réduire une expression littérale

Réduire une expression littérale c'est **l'écrire sous une forme plus simple possible.**

Réduire un produit (toujours possible : voir 1.b.)

$$-6 \times 2m = -6 \times 2 \times m = -12 \times m$$
$$= -12m$$

$$4 \times x \times 6 \times x = 4 \times 6 \times x \times x = 24 \times x^2$$
$$= 24x^2$$

Réduire une somme (pas toujours possible)

$$4x + 6x = x \times (4 + 6) = x \times 10 = 10x$$

$$3x^2 - 5x^2 = x^2 \times (3 - 5) = x^2 \times (-2)$$
$$= -2x^2$$

Parfois on peut factoriser mais cela ne permet pas de réduire l'expression :

$$4x^2 + 6x = 4 \times x \times x + 6 \times x$$
$$= x \times (4x + 6)$$
$$= x(4x + 6) \text{ ....}$$

Exemples de **réductions :**

Réduction de $E = 7 + 2 \times 3x - 2$.

$E = 7 + 2 \times 3x - 2$

$E = 6x + \underbrace{7 - 2}$

$E = 6x + 5$

On regroupe les termes en x^2, les termes en x et les termes « sans x ».

Réduction de $F = 8 + 3x - 4x^2 - 2x + 2x^2$.

$F = -4x^2 + 2x^2 + 3x - 2x + 8$

$F = (-4 + 2)x^2 + (3 - 2)x + 8$

$F = -2x^2 + x + 8$

Remarque. Une expression telle que $6x + 5$ ne peut pas se réduire davantage.

3. Applications de la distributivité

a. Supprimer des parenthèses dans une somme algébrique

Règle 1 : Pour **ajouter** une somme algébrique, on **ajoute chacun de ses termes**

(On applique la distributivité du facteur 1 sur la parenthèse)

Exemples :

$A = 3 + (2x - 4)$
$A = 3 + 2x + (-4)$
$A = 2x + 3 - 4$
$A = 2x - 1$

On ajoute chaque terme de la somme algébrique écrite entre parenthèses.

$B = 35 + (-7x + 15)$
$B = 35 + (-7x) + 15$
$B = -7x + 35 + 15$
$B = -7x + 50$

Règle 2 : Pour **soustraire** une somme algébrique, on **soustrait chacun de ses termes**

(On applique la distributivité du facteur -1 sur la parenthèse)

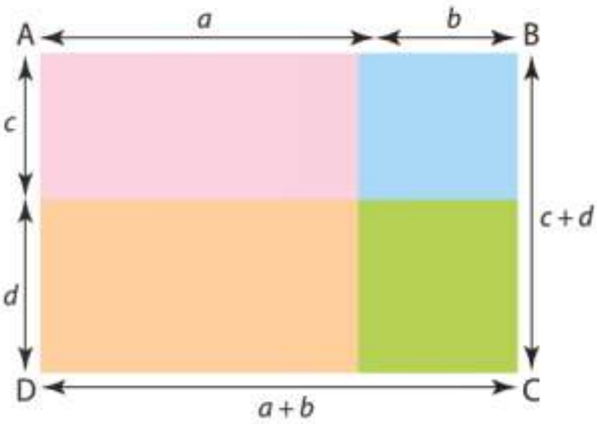
Exemples :

$C = 4x - (5x - 3)$
$C = 4x - 5x - (-3)$
$C = 4x - 5x + 3$
$C = (4 - 5)x + 3$
$C = -x + 3$

On soustrait chaque terme de la somme algébrique écrite entre parenthèses.

$D = -(-3 + 2x) + 7x - 1$
$D = -(-3) - 2x + 7x - 1$
$D = 3 - 2x + 7x - 1$
$D = (-2 + 7)x + 3 - 1$
$D = 5x + 2$

b. Développer (a + b) (c + d)



Propriété :

a, b, c et d désignent des nombres relatifs.
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Remarque. Cette propriété est parfois appelée la « double distributivité ».

Exemples :

Développement et réduction de $E = (3 + 2x)(x + 4)$.
$E = (3 + 2x)(x + 4)$
$E = 3 \times x + 3 \times 4 + 2x \times x + 2x \times 4$
$E = 3x + 12 + 2x^2 + 8x$
$E = 2x^2 + (3 + 8)x + 12$
$E = 2x^2 + 11x + 12$

On distribue 3 sur chaque terme de $x + 4$, puis on distribue $2x$ sur chaque terme de $x + 4$.

Développement et réduction de $F = (x - 2)(-x + 3)$.
$F = (x - 2)(-x + 3)$ c'est-à-dire $F = (x + (-2))(-x + 3)$
$F = x \times (-x) + x \times 3 + (-2) \times (-x) + (-2) \times 3$
$F = -x^2 + 3x + 2x - 6$
$F = -x^2 + (3 + 2)x - 6$
$F = -x^2 + 5x - 6$

Avec l'aide d'un tableau pour le 2ème exemple : 1ère ligne le 1er facteur, 1ère colonne le 2ème facteur.

...Multiplié par...	x	-2
$-x$	$-x^2$	$2x$

+3	3x	-6

Donc $(x-2)(-x+3) = -x^2 + 2x + 3x - 6 = -x^2 + 5x - 6$

4. Egalité de deux expressions littérales

Propriété 1: Deux **expressions littérales** sont égales si elles ont **toujours les mêmes valeurs** quelles que soient les **valeurs attribuées aux lettres**

Méthode 1 : Pour prouver que deux expressions littérales sont égales, on peut les développer puis les réduire.

Exemple :

- Prouver que $4x-(5x-6) = 14-2\times(4-x)-3x$.

$4x-(5x-6) = 4x-1\times(5x-6)$
$= 4x-1\times 5x-1\times(-6)$
$= 4x-5x+6$
$= -x+6$

$14-2\times(4-x)-3x = 14-2\times 4-2\times(-x)-3x$
$= 14-8+2x-3x$
$= -x+6$

Donc les deux expressions sont égales.

Propriété 2 : il suffit de trouver **un seul exemple** pour lequel deux expressions **ne sont pas égales** pour prouver que les **deux expressions ne sont pas égales**

Exemple :

- Prouver que $4+3x \neq 7x$.

Pour $x = 5$: $4+3\times 5 = 19$ et $7\times 5 = 35$. C'est un contre-exemple, donc $4+3x \neq 7x$.

Méthode 2 : Pour prouver que deux expressions littérales sont égales, on peut utiliser la calculatrice : voir ANNEXE n°2

Annexe TICE

Calculer la valeur d'une expression littérale à la calculatrice

Exemple

On considère l'expression A = $x^2 + 3x + 2$ où x désigne un nombre.
Avec la calculatrice, calculer la valeur de A pour $x = -3{,}3$ puis pour $x = 9{,}01$.

Commentaires	Casio fx-92 Spéciale Collège	TI-Collège Plus Solaire
On procède aux réglages.	MENU CONFIG 1(Calculer) SECONDE MENU CONFIG 1(Saisie/Résultat) 2 (Smaths/Rdéc)	$f(x)$
On entre l'expression.	x x^2 + 3 x + 2	$x\,y\,z\,t\,abc$ x^2 + 3 $x\,y\,z\,t\,abc$ + 2
On entre les valeurs de la variable.	CALC → x^2+3x+2 / x =0 SECONDE (−) A Simp 3,3 EXE EXE → x^2+3x+2 / 2, 99 EXE 9,01 EXE EXE → x^2+3x+2 / 110, 2101	entrer → Début= Pas=1 Auto x = ? CALC ▼ ▼ ▶ (x = ? en surbrillance) entrer ▼ (CALC en surbrillance) entrer → x f(x) (−) 3,3 entrer 9,01 entrer → x: -3,3 ; 9,01 f(x): 2,99 ; 110,2101
Conclusion	• Pour $x = -3{,}3$ A = 2,99.	• Pour $x = 9{,}01$ A = 110,2 101.

a. B = $x^2 - 5x + 3$. Avec la calculatrice, calculer la valeur de B pour $x = 2{,}5$ puis pour $x = -5{,}6$.
b. C = $(x - 5)(2x + 3)$. Avec la calculatrice, calculer la valeur de C pour $x = 7{,}2$ puis pour $x = -3{,}5$.

Utiliser la calculatrice pour vérifier une égalité de deux expressions littérales (Casio fx-92)

On veut savoir si l'expressions $3 \times (x + 7)$ est égale à $3(x + 7)$

Pour cela :

- On procède aux réglages (mode 5) : VERIF
- On entre la 1ère expression
- On entre le signe =
- On entre la 2ème expression
- Puis on exécute la commande : EXE
- La calculatrice affiche VRAI

Utiliser un tableur pour comparer deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul.

Programme 1	Programme 2
• Choisir un nombre.	• Choisir un nombre.
• Ajouter 6.	• Multiplier par 2.
• Multiplier par le nombre choisi.	• Soustraire 1.
• Soustraire 3.	• Multiplier par 3.
	• Ajouter le carré du nombre choisi.

1 **a.** On choisit le nombre 3.
Quel résultat obtient-on avec chacun de ces programmes de calcul ?
b. On note x le nombre choisi au départ. Exprimer en fonction de x le nombre N obtenu avec le programme 1, puis le nombre P obtenu avec le programme 2.

2 **a.** Ouvrir le tableur et réaliser la feuille de calcul ci-contre.

	A	B	C
1	x	N	P
2	-10		

b. Parmi les formules ci-dessous, saisir celle qui convient en cellule B2.

=A2+6*A2-3   (A2+6)*A2-3   =(A2+6)*A2-3

c. Saisir une formule qui convient en cellule C2.
d. Sélectionner la plage A2:C2 et la recopier vers le bas jusqu'en ligne 20. Que peut-on conjecturer ?

3 **a.** Développer et réduire les expressions N et P obtenues à la question **1. b.**
b. En déduire si la conjecture établie à la question **2. d** est vraie ou fausse.